

小波变换用于影象分割的研究*

李 军 周月琴

(武汉测绘科技大学遥感与信息工程学院, 武汉 430070)

摘 要 将近年来兴起的小波理论应用于影象分割技术, 提出了一种基于影象直方图小波变换的影象分割方法, 并从理论上给出了使用该法所得分割门限的物理意义。实例表明, 这种由粗到细引导的多分辨率分析方法, 对于复杂影象的分割具有较强的鲁棒性和有效性, 克服了传统分割方法中的参数需要人工确定的缺点。

关键词 影象分割, 小波变换, 分割门限, 多分辨率分析

1 引言

影象分割是影象理解与计算机视觉领域中一个十分重要的研究内容, 其目的是将景物影象分割成一些有意义的区域, 这些区域对应于景物中的不同目标, 然后对这些区域之间结构关系进行描述。迄今为止, 影象分割的理论与应用仍然处在相当初级的阶段, 其主要原因是: ①在多数情况下, 门限确定是一不定问题, 很难用精确的数学公式来表征影象分割的过程; ②现有的许多基于影象灰度特征的方法, 常常会使具有“语义”重要性的不同影象区域失去它们原来所固有的视觉特征区别, 因而造成多个具有不同意义共域合并或者将一个完整区域分裂。

基于影象直方图的影象分割研究已有大量报道。Eklundh 和 Rosenfeld^[1]利用简单差分算子进行峰谷检测和分类, 获得分割结果; Boukharouba 等^[2]采用 Chebyshev 多项式拟合直方图分布函数的方法确定峰谷位置; Tsai 和 Chen^[3]提出一种基于灰度集群的峰谷检测算法。这些算法存在的共同缺点为: 它们都无法做到能够同时检测出直方图中的微小变化(称为高分辨率检测)和粗变化(称为低分辨率检测); 这些算法中的参数都需要人工确定, 通过反复试验才能确定出一个最佳值。因此, 在影象复杂(如

遥感影象)与多参数的情况下, 人们就很难求得理想的解。

多分辨率分析为小波理论的精粹之一。其多分辨率分解特性为: 在不同分辨率下, 影象的细部将反映影象的不同自然结构。在低分辨率下, 反映出较大的结构; 相反地, 在高分辨率下, 影象的细节信息丰富^[4]。本文依据小波变换的特点, 提出了基于影象直方图小波变换的影象分割方法。

2 基于小波变换的影象分割原理

2.1 小波变换

设函数 $\psi(x)$ 满足可容性条件 $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx = 0$, 用一尺度因子 s 对 $\psi(x)$ 作伸缩, 得到一组函数 $\psi_s(x) = \frac{1}{s} \psi\left(\frac{x}{s}\right)$, 则在尺度 s , 位置 x 处函数 $f(x)$ 的小波变换定义为^[5]:

$$\begin{aligned} W_s f(x) &= f(x) * \psi_s(x) \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_s(x-t) dt \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $*$ 表示卷积, 函数 $\psi(x)$ 称为小波函数。式(1)为一维连续小波变换式, 若尺度 s 以二进制方式离散地取值, 即 $s = 2^j (j \in Z)$, 则得到相应二进制小波变换:

* 国防科工委项目、国家教委博士点基金、国家自然科学基金及测绘遥感信息工程国家重点实验室基金项目资助
收稿日期: 1995-05; 收到修改稿日期: 1996-09。

$$W_{2^j}f(x) = f(x) * \psi_{2^j}(x) \quad (2)$$

可以证明,式(2)的逆变换式成立的条件为:存在重构小波函数 $\chi(x)$,其傅里叶变换满足条件:

$$\sum_{j=-\infty}^{+\infty} \hat{\psi}(2^j\omega) \cdot \hat{\chi}(2^j\omega) = 1 \quad (3)$$

式中: $\hat{\psi}(\omega)$ 为 $\psi(x)$ 的傅氏变换,同理, $\hat{\chi}(\omega)$ 也为 $\chi(x)$ 的傅氏变换。由式(2)可导出其逆变换式:

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} W_{2^j}f(x) * \chi_{2^j}(x) \quad (4)$$

小波变换作为一种非平稳信号/图象分析方法,具有许多十分优异的性能,如:①小波分析相当于一个具有放大、缩小和平移等功能的数学显微镜,通过分析不同倍率下信号的变化来研究其动态特性。②巧妙地利用了非均匀分布的分辨率,较好地解决了时间和频率分辨率的矛盾:在低频段用高的频率分辨率和低的时间分辨率(宽的分析窗口),而在高频段则用低的频率和高的时间分辨率(窄的分析窗口)。

2.2 小波变换的快速算法^[6]

从式(1)和式(2)可以看出,小波变换就是一个线性算子,在不同尺度 $s=2^j$ 下用小波 $\psi_{2^j}(x)$ 对信号 $f(x)$ 进行分解,得到 $W_{2^j}f(x)$ 。由于 $\psi_{2^j}(x)$ 的非零值长度随 j 呈指数变化,直接卷积求 $W_{2^j}f(x)$ 的计算复杂度也将随 j 呈指数变化。Mallat在Burt和Adelson图象分解和重建的塔形算法启发下,基于多分辨率分析框架,建立了离散正交二进小波变换的一种快速算法——Mallat算法,它在小波分析中的地位相当于快速傅里叶变换在经典傅里叶分析中的地位。

离散的正交小波变换可由一对适当的低通和带通滤波器 $H(\omega)$ 和 $G(\omega)$ 来完成,在给定分解的层数为 L 时,小波变换快速算法如下:

```

j = 0
while(j < L) {
    W_{2^{j+1}}f = S_{2^j}f * G_j
    S_{2^{j+1}}f = S_{2^j}f * H_j
    j = j + 1
}
end
    
```

图1为信号 S_{2^0} 的小波变换快速算法流程。

2.3 小波变换用于影象分割的原理

为了检测出信号 $f(x)$ 的突变点,我们选择高斯函数作为一光滑函数 $\theta(x)$:

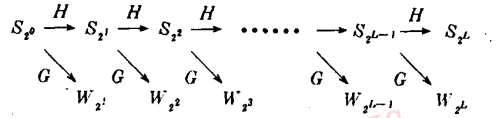


图1 小波变换快速算法流程图
Fig.1 The flowchart of fast wavelet transform algorithm

$$\theta(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5)$$

式(5)中光滑函数 $\theta(x)$ 的能量主要集中在低频段,因此 $\theta(x)$ 可看成是一个低通滤波器的冲激响应。对 $\theta(x)$ 求二阶导数 $\frac{d^2\theta(x)}{dx^2}$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta(x)}{dx^2} = & -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^3} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \\ & + \frac{x^2}{\sqrt{2\pi}\sigma^5} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

可以证明,若选择小波函数于 $\psi(x)$ 为:

$$\psi(x) = \frac{d^2\theta(x)}{dx^2} \quad (7)$$

它显然满足小波定义,即

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x) dx \\ = & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2\theta(x)}{dx^2} dx = 0 \end{aligned}$$

由式(2)和式(7)可得到该小波函数 $\psi(x)$ 对应的二进小波变换:

$$W_{2^j}f(x) = (2^j)^2 \cdot \frac{d^2}{dx^2}[f(x) * \theta_{2^j}(x)] \quad (8)$$

式中:

$$\theta_{2^j}(x) = 2^{-\frac{j}{2}} \cdot \theta\left(\frac{x}{2^j}\right)$$

式(8)表明,小波变换式 $W_{2^j}f(x)$ 的零交叉表示了分辨率 2^j 时低通信号 $f(x) * \theta_{2^j}(x)$ 的局部跳变点。当尺度 2^j 减小时,信号的局部微小细节逐渐增多,因此,我们能够检测出各微小细节的灰度突变点;当尺度 2^j 增大时,信号的局部细节逐渐消失,而结构较大的轮廓却能清晰地反映出来,因而能检测出该结构较大的灰度突变点。

因此,我们可以选择小波为光滑函数 $\theta(x)$ 的二阶导数,对影象的一维直方图信号进行小波变换,检测出直方图信号的突变点,由此搜索出两峰之间的谷点作为分割点。这就是小波变换用于影象分割的基本原理。

3 基于小波表示的峰值检测

3.1 影象直方图的多分辨率小波表示

设影象的灰度范围为 $0, 1, 2, \dots, N-1$, 灰度值 $x(0 \leq x \leq N-1)$ 对应的象元数为 n_x , 则一幅影象的总象元数 M 为:

$$M = \sum_{x=0}^{N-1} n_x \quad (9)$$

灰度值 x 出现的概率为:

$$P_x = \frac{n_x}{M} \quad (10)$$

由式(10)可以建立该影象的直方图 $H(x) = \{P_x, x=0, 1, \dots, N-1\}$, 它反映了该影象上灰度分布的统计特性, 是基于象元灰度的影象分割方法的基础。

为了建立小波变换的多分辨率分解表示, 引入尺度函数 $\varphi(x) \in L^2(R)$, 其傅里叶变换满足条件:

$$|\hat{\varphi}(\omega)|^2 = \sum_{j=1}^{+\infty} |\hat{\varphi}(\omega)(2^j \cdot \omega)|^2 \quad (11)$$

由式(11)可知, 尺度函数 $\varphi(x)$ 相当于一低通滤波器 ($\varphi(x)$ 可由 $\psi(x)$ 导出, 参见文献[6]), 因此影象直方图信号 $H(x)$ 的低通滤波分量为:

$$S_{2^j}H(x) = H(x) * \varphi_{2^j}(x) \quad (12)$$

式中: $\varphi_{2^j}(x) = 2^{-\frac{j}{2}}\psi(2^{-j} \cdot x)$

在实际应用中, 信号 $H(x)$ 的可测分辨率是有限的, 设原始影象直方图信号的分辨率为 1, 最低分辨率的尺度为 2^j , 则由式(8)和式(12)可得出尺度 2^1 和 2^j 之间的各阶小波变换为 $\{W_{2^j}H(x), 1 \leq j \leq J\}$ 。

利用归纳法可以证明: 信号 $S_{2^j}H(x)$ 在尺度为 2^j 时被平滑掉的高频成分, 可以用尺度 2^1 和 2^{j-1} 之间的小波变换来恢复。我们称集合 $\{S_{2^j}H(x), \{W_{2^j}H(x)\}_{1 \leq j \leq J}\}$ 为影象直方图信号的多分辨率小波分解表示, 它由一个最低分辨率下的近似信号 $S_{2^j}H(x)$ 和一组分辨率 $(1 \leq j \leq J)$ 下的细节信号 $W_{2^j}H(x)$ 所组成, 这是一种介于频域和时域表示, 为影象分析提供了一个由粗到细的分层框架。

3.2 峰值检测原则

由前一节可知, 在集合 $\{W_{2^1}H(x), W_{2^2}H(x), \dots, W_{2^j}H(x), S_{2^j}(x)\}$ 中, 我们所感兴趣的特征是零交叉点和每一细节信号 $\{W_{2^j}H(x)\}_{1 \leq j \leq J}$ 的极值点。本文采用以下原则定义分辨率为 2^j 时影象直方

图 $H(x)$ 的峰值和谷点: ①用负值变化到正值的零交叉点表示峰值的起点(图 2 中 s 点); ②用正值变化到负值的零交叉点表示峰值的终点(图 2 中 e 点); ③用起点 s 和终点 e 之间的最大值点表示峰值的位置(图 2 中 M 点); ④用前一峰值终点右边和后一峰值起点左边之间的最小值点表示谷点(图 2 中 T 点)。

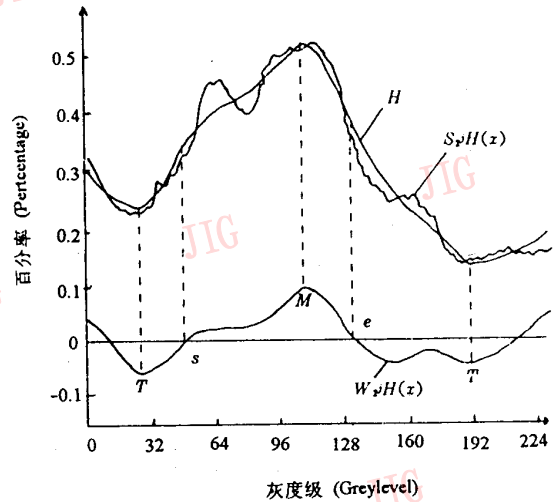


图 2 基于小波变换的峰谷检测
Fig. 2 Illustration of the peak & valley detection based on WT

按上述规则可以检测出某一尺度 2^j 下直方图的峰值和谷点。实验表明, 随着尺度 2^j 的增大(即分辨率降低), 影象直方图被平滑的程度越大, 检测出的峰值个数就越少; 反之, 影象直方图细节信息越丰富, 峰值个数越多。

小波变换采用这种塔形分解的数据结构, 与人眼由粗到精, 由全貌到细节的观察习惯相一致, 这为基于影象直方图的最优分割门限搜索提供了有利条件。

4 由粗到精的多分辨率门限选择方法

基于小波变换的影象分割技术由以下几个步骤组成。首先由粗分辨率下的影象直方图细节信息确定分割区域类数, 其次, 在相邻峰之间自动确定最优门限, 最后用求出的最优门限分割原影象。

4.1 平滑原始直方图

由于影象的原始直方图一般不够平滑或含有一

定的噪声,因此,有必要对原始直方图进行平滑处理,以利于分割目标。其方法为:在空间域中采用保护边缘平滑方法平滑直方图,它既能保留原直方图基本变化特性,又能消除小峰的跳动。

4.2 分割区域类数的确定

在分辨率为 2^1 时,由小波分解后的直方图近似信号 $S_{2^j}H(x)$ 的极大值确定初始区域类数,即确定峰的数目。

对于灰度级数不多的原始影像,一个区域类通常对应直方图中的一个峰,然而,对于一幅复杂影像,经小波分解后平滑直方图中的每个峰则不一定都对应一个区域类,它也可能从属于邻近的一个峰,因而有必要通过检查认定哪些峰对应于分割区域类。

峰的独立性判断是为了消除不能成为一类的那些峰,我们提出以下准则判断独立峰,估计出各峰的宽度,并由此确定分割类数:①独立峰应具有一定的灰度范围;②独立峰应具有一定的面积;③独立峰应具有一定的峰谷比。

4.3 多分辨率最优分割门限搜索

本文采用的是一种多分辨率的层次结构,峰与峰之间的谷点选取首先在最低分辨率层进行,然后逐层推进,直到信号的最高分辨率层,并在每一层的门限选取中,采用前一层的选取结构为引导。这种由粗到精的控制策略,能有效地选取最优分割门限,同时较好地克服了噪声干扰和搜索空间大的问题。

研究表明,当分辨率增高时,门限的数目也在增加,两个相邻尺度下的阈值并不是一一对应的关系,为此采用最小距离判据解决两相邻尺度之间的非一一对应的关系。

设在两相邻尺度分别为 2^{s+1} 和 2^s 时,对应分割门限位置分别为 t_i^{s+1} 和 t_p^s ,若满足条件:

$$\begin{aligned} & \text{Dist}(t_i^{s+1}, t_p^s) \\ & = \text{Min}\{\text{Dist}(t_i^{s+1}, t_l^s), l = 0, 1, \dots, N^s\} \quad (13) \end{aligned}$$

即当 $l=P$ 时取得最小值,则在尺度为 2^{s+1} 时的门限 t_i^{s+1} 对应于尺度 2^s 时的门限 t_p^s 。用此方法对在最低分辨率下选取的所有门限值进行逐层反向跟踪,找出相应的在最高分辨率下所对应门限作为最优分割门限。

4.4 按最优门限值分割原影像

设最优门限值分别为 T_1, T_2, \dots, T_K (K 为正整

数),即可用这组最优门限分割原影像 $f(x, y)$,得到分割结果 $g(x, y)$,公式如下:

$$g(x, y) = \begin{cases} C_0 & \text{当 } 0 \leq f(x, y) < T_1 \\ C_1 & \text{当 } T_1 \leq f(x, y) < T_2 \\ \vdots, \dots & \\ C_K & \text{当 } T_K \leq f(x, y) \end{cases} \quad (14)$$

式中: $C_k(k=0, 1, 2, \dots, K)$ 表示分割后的类别代码。

5 实验结果

为了验证本文分割算法的正确性和有效性,作者分别对一幅模特人像和一幅TM遥感影像进行了实验。

图3(a)和4(a)分别为一模特人像和一幅TM第7波段遥感影像,图3(b)和4(b)为它们相应的影像直方图及各尺度 2^j 下的小波变换表示($j=1, 2, 3, 4$)。图中还给出了每一尺度 2^j 的直方图近似信号 $S_{2^j}H(x)$ 和细节信号 $W_{2^j}H(x)$ 。通过计算低分辨率下 $S_{2^j}H(x)$ (J 为分解层数,这里 $J=4$)的极大值,并结合独立峰宽度判断准则(本实验选取三倍卷积窗口尺寸)可确定出分割区域类数。表1列出了两幅影像的分割区域类数及各尺度 2^j 下搜索的最优分割门限结果。

表1 按最小距离法求得各尺度下的最优门限值
Table 1 The optimal thresholds by using the minimum distance criterium for scales $2^j, j=1, 2, 3, 4$

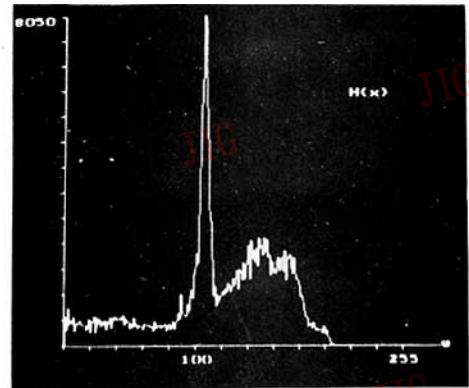
分辨率 2^j	模特影像				TM 遥感影像		
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_1	T_2	T_3
2^4	35	96	128	192	5	32	64
2^3	32	96	136	200	6	32	58
2^2	28	104	140	196	6	34	60
2^1	24	102	142	192	8	36	65

从图3(b)的影像直方图可以看出,由于人头部表面形状复杂,以及头发和服装上存在丰富纹理,所以相应灰度直方图呈多峰特性。采用本文方法进行分割,其结果(如图3(c))既能较好地反映人体的轮廓,又能较好地保持人体各部分轮廓的信息。

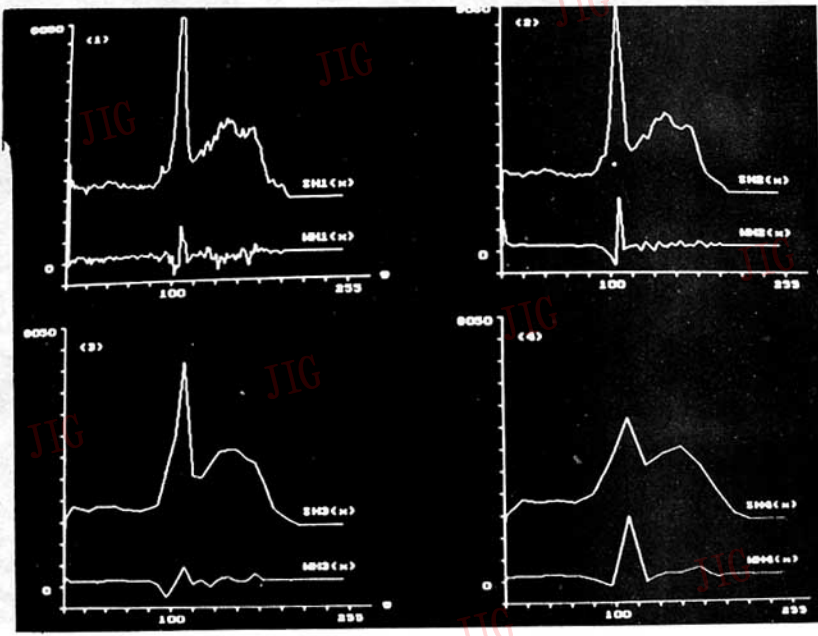
实验表明,随着分辨率的降低, $S_{2^j}H(x)$ 中峰的数目逐渐减少,即直方图中的小峰逐渐消失;相反地,峰的数目增加,即直方图中的细节信息越丰富。



(a) 模特人像(Girl image)



(b) 模特影像的直方图(Histogram of girl image)



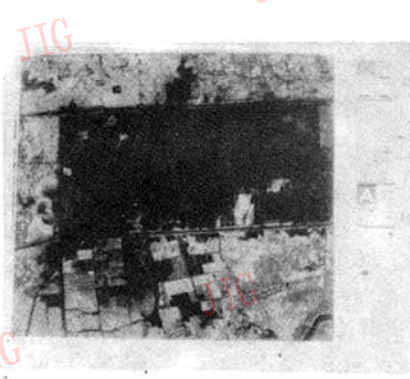
(c) 各尺度下的小波变换表示(The finite scale WT representation) for scales $2^j, j=1,2,3,4$



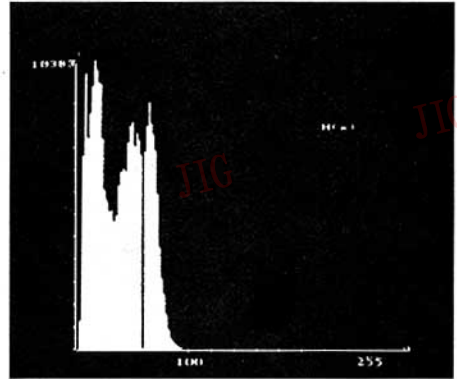
(d) 模特人像的分割结果(The final segmented image of Fig. 3(a))

图 3.

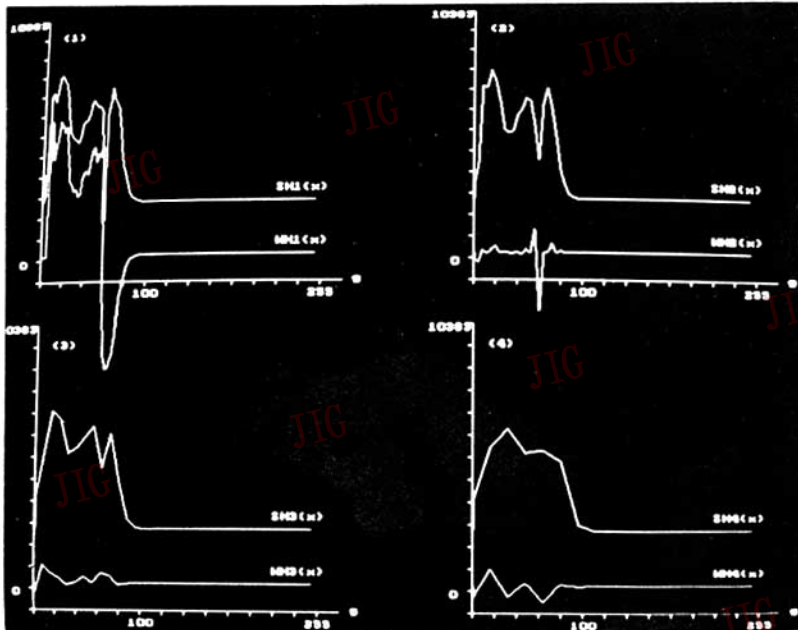
Fig. 3.



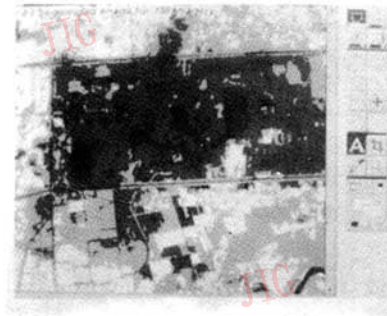
(a) TM 遥感影像(TM Imagery)



(b) TM 影像的直方图(Histogram of TM imagery)



(c) 各尺度下的小波变换表示(The finite scale WT representation for scales $2^j, +1,2,3,4$)



(d) TM 遥感影像分割结果(The final segmented image of Fig. 4(a))

图 4.
Fig. 4.

实验中以低分辨率层的门限作为高一层分辨率层的初值,用最小距离法反向搜索,在局部灰度值范围内分别求得最佳门限值,由此减少了计算量,提高了处理速度。因此,在分割中采用多分辨率分析方法不仅有助于快速地精确分割,而且还可避免产生弃真错误。实际 TM 遥感影象分割的结果(如图 4(c))表明,本方法对于复杂影象的分割具有很好的鲁棒性和有效性。

6 结论

(1)本文提出了一种新的影象分割方法——基于影象直方图小波变换的影象分割法,它利用高斯函数的二阶导数作为小波,对影象直方图进行小波变换,将此直方图信号分解为一个尺度近似信号 $S_2^j H(x)$ 和由粗到细多层细节信号 $W_2^j H(x)$,使分割门限选取的多分辨率分析方法建立在了具有明确的物理意义的基础上。

(2)该方法解决了传统影象分割方法所存在的参数需要人工设定、无法得到最优解的问题。

此外,在处理灰度层次较多、直方图很不典型的

图象时,单靠全局直方图,分割图象中的每个区域可能不具备足够的信息,则分割效果会受到一定影响,这时可采用图象分块处理以及边缘等信息加以改进。

参考文献

- 1 Eklundh J O, Rosenfeld A. Peak detection using difference operators. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell, 1979, 1: 317~325.
- 2 Boukharouba S, Rebordao J M, Wendel P L. An amplitude segmentation method based on the distribution function of an image, comput. Vision Graphics Image Process, 1985, 29: 47~59.
- 3 Tasai D M, Chen Y H. A fast histogram-clustering approach for multi-level thresholding, Pattern Recognition Lett, 1992, 13: 245~252.
- 4 Ackermann F, Hahn M. Image Pyramids for digital Photogrammetry, In Digital Photogrammetric System, Wichmann, 1991: 43~58
- 5 Chui C K. An Introduction to wavelets. San diego. Academic Press Inc, 1992.
- 6 Mallat S. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell, 1989, 11(7): 647~693.



李 军, 讲师。1986年毕业于武汉测绘科技大学摄影测量与遥感系,并获学士学位,1994年获硕士学位,同年考入该校遥感与信息工程学院读博士研究生(在职)。主要研究领域:图象处理、模式识别、计算机视觉、小波分析和遥感等。

Image Segmentation with wavelet Transform

Li Jun, Zhou Yueqin

(Institute of Remote Sensing and Information Engineering Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, Wuhan 430070)

Abstract This paper proposes a new approach for image segmentation which utilizes the wavelet transform theory developed recently. It is based on wavelet transform of the histogram of an image. The mathematical analyses show the physical meaning of threshold obtained by this new method treating. Experimental results show that the proposed method robust and efficient for treating various types of complex images and is able to automatically determine the parameters.

Keywords Image segmentation, Wavelet transform, Threshold for segmentation, Multiresolution analysis.